

Vorkurs für das Fach **Mathematik**
am beruflichen Gymnasium, Bildungsgang Technik, der BBS Neustadt

Liebe Schülerinnen und Schüler,

wir freuen uns, dass Sie sich für den Besuch des beruflichen Gymnasiums an der Berufsbildenden Schule Neustadt entschieden haben. Sie kommen aus verschiedenen Schulen zu uns und haben deshalb trotz des identischen Bildungsabschlusses nach unseren langjährigen Erfahrungen einen unterschiedlichen Wissensstand in den einzelnen Unterrichtsfächern.

Um Ihnen den Einstieg in das Fach Mathematik etwas zu erleichtern und eine gemeinsame Arbeitsgrundlage zu erschaffen, haben wir uns daher entschieden, einige Übungsaufgaben zusammenzustellen, auf denen der Mathematikunterricht der 11. Klasse aufbaut. Diese Übungen basieren auf Pflichtlerninhalten der Sekundarstufe I und sollten zu Beginn der gymnasialen Oberstufe von Ihnen überwiegend richtig gelöst werden können. Außerdem erleichtert Ihnen dieses Grundwissen den Zugang zu mathematischen Problemen der Technik, Physik oder auch der Chemie am technischen Gymnasium. Zur eigenen Kontrolle geben wir Ihnen jeweils die Musterlösungen zu den einzelnen Aufgaben dazu. Um Lerninhalte nochmals erläutert zu bekommen, finden Sie am Rand QR-Codes, mit denen Sie mittels einer geeigneten App auf Ihrem Smartphone auf passende Youtube-Videos gelangen.

Wir erwarten, dass Sie sich mit den Übungsaufgaben zu Hause auseinandersetzen, werden aber natürlich einige Aufgaben an passender Stelle im Unterricht wiederholen. Die verbleibenden Fragen können dann, wenn möglich im Verlauf des Mathematikunterrichts in der Schule geklärt werden. Im Rahmen einer benoteten Abfrage vor den Herbstferien werden die Inhalte dieses Skripts exemplarisch abgeprüft.

Der Vorkurs ist dauerhaft auf der Homepage www.bbs-nw.de in der Rubrik „Downloads“ verfügbar.

Viel Erfolg am beruflichen Gymnasium der BBS Neustadt wünschen Ihnen

Ihre Mathematiklehrer(innen) der 11. Klassen

Inhaltsverzeichnis

Tipps zur Lösung mathematischer Aufgaben mit dem Internet.....	1
Übungsaufgaben.....	3
I Termumformungen.....	3
a) Fachbegriffe und Regeln.....	3
b) Bruchrechnung.....	3
c) Addition und Subtraktion von Termen.....	3
d) Multiplikation von Summen und Differenzen.....	4
e) Multiplikation mit Hilfe der binomischen Formel.....	4
f) Faktorisieren durch Ausklammern.....	5
g) Wurzelterme.....	5
II Vereinfachung von Bruchtermen.....	6
III Gleichungen.....	7
a) Gleichungen lösen mit einer Variablen.....	7
b) Gleichungen mit Brüchen.....	7
c) Formeln umstellen.....	8
IV Potenzen.....	7
a) Multiplikation und Division von Potenzen.....	7
b) Potenzieren von Potenzen.....	7
c) Potenzieren mit negativen ganzen Exponenten.....	7
Lösungen der Aufgaben.....	8

Tipps zur Lösung mathematischer Aufgaben mit dem Internet

Gebrauchsanweisung für das Verwenden von Videos und Apps:

- Sehen Sie Videos nie passiv an, sondern versuchen Sie aktiv die Aufgaben mit Papier und Stift parallel zu bearbeiten!
- Nehmen Sie sich die Zeit zurückzuspulen, falls Sie Stellen nicht sofort verstanden haben!
- Verlangsamen Sie gegebenenfalls die Abspielgeschwindigkeit, wenn das Sprechtempo zu schnell ist!
- Musterlösungen aus Apps sollten nur der Eigenkontrolle oder zur Ideenfindung eines Lösungswegs dienen!
- Sie dürfen die Lösung nie passiv abschreiben sondern sollten diese aktiv durcharbeiten und verstehen. Sie ersetzen keinesfalls vorangegangenes Durchdenken der mathematischen Aufgabenstellung!

Im Folgenden erhalten Sie eine kleine Auswahl sinnvoller Hilfe des Internets. Natürlich können Sie auch nach Alternativen auf Suchmaschinen oder in Ihrem App-Store suchen.

1. Youtube Videos

Sie finden am Rand der Übungsaufgaben QR-Codes, die Sie direkt auf passende Beiträge des Kanals von Daniel Jung leiten. Der Kanal dieses Youtubers zeichnet sich durch ein gutes Sprechtempo und fachlich ausgezeichnet aufbereitete Erläuterungen aus. Ein weiterer Youtube-Kanal ist der „Simple Club“ (oberflächlicher gehaltene Erklärungen, die jedoch sehr modern aufbereitet sind). Außerdem sind besonders für die 12. und 13. Klasse die Videos des Youtube-Channels von „Flip the Classroom“ zu empfehlen, die abiturrelevanten Stoff in einer pädagogisch neuen Variante erklären. Sie finden die Kanäle über die Suchfunktion auf Youtube.

2. Apps

Lösungen können über die App „Photomath“ generiert werden. Sie verfügt über eine Handschrifterkennung und zeigt neben dem Endergebnis der Aufgabe auch einen möglichen Lösungsweg an. Alternativ sei die App „Math 42“ genannt. Allerdings können hier durch „In-App-Käufe“ Kosten entstehen. Mit der kostenlosen App „Geogebra“ können Funktionen anschaulich graphisch analysiert und hinsichtlich besonderer Werte untersucht werden. Alternativ gibt es Geogebra auch als Desktop-Version für den PC/Mac. Sie finden die Smartphone-Apps im Appstore Ihres Smartphones.

3. Internetseiten

Die Plattform wolframalpha.com liefert für fast alle mathematischen Probleme Endergebnisse. Für die intuitive Verwendung der englischsprachigen Befehlseingaben gibt es genügend Hilfe im Internet. Die Anzeige für eine Schritt-für-Schritt-Lösung ist jedoch kostenpflichtig. Eine deutschsprachige, jedoch weniger mächtige Alternative ist die Seite <http://arndt-bruenner.de/mathe/mathekurse.htm>. Dort finden Sie Onlinerechner für viele Probleme der Mittel- und Oberstufe. Auch Lösungswege werden für einige Rechentools angeboten. Die Verwendung ist kostenlos. Auf geogebra.org finden Sie neben den zugehörigen Apps als Download auch unzählige Applets zur Erarbeitung und Vertiefung mathematischer Sachverhalte.

Übungsaufgaben

I Termumformungen

a) Fachbegriffe und Regeln

1. Erläutern Sie das Vorgehen für die *Addition/Subtraktion, Multiplikation und Division von Brüchen*.
2. Erläutern Sie folgende Fachbegriffe: *Assoziativgesetz, Kommutativgesetz, Distributivgesetz, Term und Gleichung*.
3. Nennen Sie die drei binomische Formeln.
4. Ordnen Sie dem Term a^c die korrekten Fachbegriffe zu: *Potenz, Basis, Exponent*.
5. Nennen Sie Rechenregeln zu Wurzeln.

b) Bruchrechnung

Berechnen Sie ohne Verwendung des Taschenrechners.

1. $\frac{4}{15} + \frac{7}{5}$
2. $\frac{3}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{24}$
3. $4\frac{2}{11} + 1\frac{1}{2} + 7\frac{7}{22}$
4. $\frac{21}{32} - \frac{3}{8}$
5. $\frac{14}{99} \cdot \frac{33}{70}$
6. $\frac{8}{21} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{11}{15}$
7. $\frac{7}{8} : \frac{91}{96}$



c) Addition und Subtraktion von Termen.

Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie entsprechend der Variablen zusammen.

1. $(4a - 3b) - (9b - 3a) - (5a - 10b) - 12a + 7b$
2. $3\frac{3}{5}x + 5\frac{2}{3}y - \left(8\frac{2}{5}x + 4\frac{5}{6}y\right) - \left(3\frac{1}{4}y - 7\frac{7}{10}x\right)$
3. $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{8} - \left(3\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}y\right) - \left(1\frac{3}{4}x - 5\frac{1}{6}z\right)$
4. $\left\{[(4r - 2s) - (5s - 2t)] - [6s - [5t - (3r + 5t)]] - 9s\right\}$



5. $7 - \{[(26x + 37y - 25z) + 19y - 16a] - 8x + 9z + 6\}$
6. $\{[-3cd + 5] - 25\} - [18 - (7 + 3cd)] + [6 - (ay + 10) - (3ay - 9)]$
7. $4xy - 8xz - \{2yz - [3xy - (5xz + 6yz) + 7yz] - 2xy\}$
8. $\{[4c - (5cd + d)] - [7d - (c - 2cd)]\} - (c + d)$

d) Multiplikation von Summen und Differenzen.

Multiplizieren Sie die Klammern aus und fassen Sie zusammen.

1. $(2x + y) \cdot (3m + n) + (2x + y) \cdot (m - 3n)$
2. $(a + b) \cdot (4x - 5y) - (a - b) \cdot (5x + 3y)$
3. $(3a - 5b) \cdot (6x - 7y + 9z) - (5x - 8y + 8z) \cdot (4a - 5b)$
4. $(4y + 6x) \cdot (3a - 5b) - [(2x - 6y) \cdot (2a + 3b)]$
5. $(4a - 5x) \cdot (5c + 4b) \cdot 4n$
6. $3xy \cdot (a - b) \cdot (4 - 5c)$
7. $(4 + 2a - 3c) \cdot (12 - 2d - 5b) - [(12d - 6b) \cdot 9a]$
8. $(3a - 2b) \cdot (2c - 4d) \cdot (5x - 2y)$

e) Multiplikation mit Hilfe der binomischen Formel

Multiplizieren Sie die Klammern aus und fassen Sie zusammen.

1. $(2a - b)^2$
2. $(3r + s)^2$
3. $(x^2 - y^2)^2$
4. $(r^2 + s^2)^2$
5. $(x + 2) \cdot (x - 2)$
6. $(9 + 3a) \cdot (9 - 3a)$
7. $(3a - 2b) \cdot (3a + 2b)$
8. $(2m^2 + 3n^2) \cdot (2m^2 - 3n^2)$
9. $(5y^2 - 4z^2) \cdot (5y^2 + 4z^2)$
10. $(13a + 14b) \cdot (13a - 14b)$



f) Faktorisieren durch Ausklammern.

Klammern Sie gemeinsame Faktoren (Zahlen oder Variablen) aus.

Beispiel: $5 \cdot 12 + 4 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = 12(5 + 4 - 2) = 84$

1. $25 \cdot 11 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25$
2. $\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 2,4 + 2 \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 2,4 + \frac{1}{6} 2,4 \cdot 25$
3. $ax - 4az + 5ay$
4. $(a + b)n + (a + b)m$
5. $(b - c)z + b - c$
6. $3x(a - b) - a + b$
7. $(4a - 2b)(x + y) - (3a + 4b)(x + y)$
8. $(15xy + 12bx)(a - c) - (5bx + 10xy)(a - c)$
9. $2n(3x + z) - (2n + 3)(3x + z) - 3x - z$



g) Wurzelterme

Vereinfachen Sie folgende Wurzelterme mit Hilfe von teilweisem Wurzelziehen

Beispiel für teilweises Wurzelziehen: $\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

1. $\frac{\sqrt{12} + 2}{2}$
2. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$



II Vereinfachung von Bruchtermen

1. Erweitern Sie mit 3a.

$$\frac{2}{3}; \frac{4a}{5b}; \frac{3ab}{7xy}; -\frac{5x^2}{6y^2}; \frac{a+b}{a-b}; \frac{2x-3y}{2x+3y}$$

2. Erweitern Sie mit (-1).

$$-\frac{3}{8}; \frac{5a^2}{-6}; \frac{x+2y}{x-2y}$$

3. Erweitern Sie mit (a+b).

$$\frac{-2ab}{3xy}; \frac{a+b}{a-b}; \frac{3x+4y}{4x+3y}$$



4. Bringen Sie den Bruch auf den Nenner 60-

$$\frac{3}{4}; \frac{7}{12}; \frac{14}{15}$$

5. Schreiben Sie 1 als Bruch mit den Nenner: 4; -7; (a+b)

6. Erweitern Sie...

	$\frac{2x}{3y}$	$\frac{a}{b+1}$	$\frac{a-b}{a+b}$	$\frac{2(x+y)}{x-y}$
...auf den Nenner	$6y^2$	$2b+2$	$a^2+2ab+b^2$	$3(x-y)^2$

7. Kürzen Sie

a) $\frac{-15a^2}{45ab}$; b) $\frac{-28xy^2}{35x^2y}$; c) $\frac{-27x^3}{-63x^2}$; d) $\frac{12(a+b)}{18(a+b)}$; e) $\frac{22(x-y)^2}{55(x-y)}$;

f) $\frac{9(x+y)}{21(x+y)^2}$

8. Zerlegen Sie in Faktoren und kürzen Sie

a) $\frac{7a-7b}{7a+7b}$; b) $\frac{4x-8y}{5x-10y}$; c) $\frac{x^2+xy}{x+xy}$



9. Addition und Subtraktion von Brüchen. Klammern Sie gemeinsame Faktoren (Zahlen oder Variablen) aus.

a) $\frac{2a}{x} - \frac{b}{y} + \frac{a}{3x}$

b) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} - 2$

c) $\frac{x}{x+y} + \frac{x}{x-y}$

d) $\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}$

e) $\frac{b}{x} + \frac{a-b}{x+y}$

f) $\frac{a+b}{x+y} - \frac{b}{y}$

g) $\frac{x^2+y^2}{x-y} + (x+y)$

h) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x}{y} + 1$

i) $\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3} - \frac{36}{x^2-9}$;

j) $\frac{6b+2}{4y-8} + \frac{5b-3}{2y-4} - \frac{3b-1}{y-2}$

III Gleichungen**a) Gleichungen lösen mit einer Variablen**

1.) $17 - [13x - (15 - 19x) - 21x] = 25 - [(11x - 23) - (18x - 7)]$

2.) $3(6x - 9) = 9(2x - 3)$

3.) $3(7x - 9) = 4(6x - 7)$

4.) $3x - 2(5x - 8) = 9 - 4(3x + 7)$

5.) $8(4x + 3) - 5(6x - 5) = 4(9x + 4) - 7(4x - 5)$

6.) $(2x - 3)7 - (x - 2)6 - (5x + 6)2 = 26 - (3x - 4)4 + (6x - 5)3$

**b) Gleichungen mit Brüchen**

Achten Sie gegebenenfalls auf die Definitionsmenge!

1.) $\frac{3x-1}{5} = 6 - \frac{x-1}{3}$

2.) $\frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = 2 + \frac{x-5}{4}$

3.) $\frac{4x+1}{3} - \frac{7x-9}{8} = 3x - \frac{5x-3}{2}$

4.) $\frac{x-7}{5} - \frac{5x+1}{18} = \frac{3x-1}{6}$

5.) $\frac{5}{x+1} = \frac{9}{x+2} - \frac{4}{x+7}$

6.) $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-8}$

7.) $\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{1}{x}$



c) Formeln umstellen

1.) $U_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_1 + R_2} - \frac{I}{R_1 + R_2} \cdot R_1 \cdot R_2$ nach R_1

2.) $a = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m$ nach z_2

3.) $s = h \cdot \frac{2R}{R - r}$ nach r

4.) $t_m = \frac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{m_1 + m_2}$ nach t_1

5.) $e = \frac{V_h + V_c}{V_c}$ nach V_c

6.) $\tan \beta = \frac{A \cdot \tan \alpha}{A + b \tan \alpha}$ nach A

IV Potenzen

a) Multiplikation und Division von Potenzen

- | | |
|---|---|
| 1.) a) $a^3 \cdot a^{n-3}$ | b) $z^{3-m} \cdot z^{m-2}$ |
| 2.) a) $a^{n+1} \cdot a^{n+2}$ | b) $z^{p-1} \cdot z^{2-p}$ |
| 3.) a) $(a^3 + a^4)a^2$ | b) $(2x^2 + 3x^3)4x^4$ |
| 4.) a) $(a^n + a^{n-1})a^{n+1}$ | b) $(x^5 - x^4)x^{n-4}$ |
| 5.) a) $(a^3 + a^4)^2$ | b) $(x^6 + y^5)^2$ |
| 6.) a) $(3a^3 + 2b)^2$ | b) $(5x^5 + 4y^4)^2$ |
| 7.) a) $(a^4 + b^3)(a^4 - b^3)$ | b) $(4x^4 - 3x^3)(4x^4 + 3x^3)$ |
| 8.) Verwandeln Sie in ein Produkt von Potenzen! | |
| a) a^{5+3} | b) z^{3n+4} |
| 9.) a) $\frac{x^5}{y^5}$ | b) $\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}}$ |
| 10.) a) $\frac{3^4 \cdot 4^4}{6^4}$ | b) $\frac{(4x)^n}{x^n}$ |
| 11.) a) $\frac{27}{a^3}$ | b) $\frac{81x^4}{10000y^4}$ |
| 12.) a) $\frac{(a^2 - b^2)^3}{(a + b)^3}$ | b) $\frac{(9a^2 - 16b^2)^{2n}}{(3a - 4b)^{2n}}$ |



b) Potenzieren von Potenzen

- | | |
|--|--------------------------------------|
| 1. a) $(a^3)^{n+1}$ | b) $(z^{n-2})^3$ |
| 2. b) $\left(\frac{3a^2b}{4xy^2}\right)^3$ | b) $\frac{(2a^3b^4)^4}{(4a^2b^3)^3}$ |
| 3. Verwandeln Sie in Potenzen, die nur Variablen als Exponenten haben! | |
| a) 4^{3n} | b) 3^{2m+3} c) 5^{2n+1} |



c) Potenzieren mit negativen ganzen Exponenten

1. $3^{-2} \cdot 2^{-2}$
2. $\left(\frac{5}{6}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-3}$
3. $\left(\frac{5}{6}\right)^{-1} : \left(\frac{5}{12}\right)^{-1}$

Lösungen der Aufgaben

I Termumformungen

a) Fachbegriffe und Regeln

1. Addition/Subtraktion: Finde Hauptnenner, addiere/subtrahiere Zähler
Multiplikation: Kürze vertikal oder diagonal, Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner
Division: Bilde Kehrwert des 2. Bruchs => Multiplikation von 2 Brüchen
2. Assoziativgesetz: $abc=a(bc)=(ab)c$ bzw. $a+b+c=a+(b+c)=(a+b)+c$ (Nicht bei Division und Subtraktion)
Kommutativgesetz: $a \cdot b=b \cdot a$ $a+b=b+a$ (Nicht bei Division und Subtraktion)
Distributivgesetz: $(ab \pm ac)=a(b \pm c)$
Term: Rechenausdruck ohne Gleichheitszeichen
Gleichung: 2 Terme, die mit Gleichheitszeichen verbunden werden
3. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $(a-b)^2=a^2-2ab-b^2$
 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
4. Basis^{Exponent} ; Ausdruck heißt Potenz
5. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$ $\sqrt{a:b}=\sqrt{a}:\sqrt{b}$ Achtung: $\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

b) Bruchrechnung

1. $\frac{4}{15} + \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{3}$
2. $\frac{3}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{24} = 1 \frac{2}{3}$
3. $4 \frac{2}{11} + 1 \frac{1}{2} + 7 \frac{7}{22} = 13$
4. $\frac{21}{32} - \frac{3}{8} = \frac{9}{32}$
5. $\frac{14}{99} \cdot \frac{33}{70} = \frac{1}{15}$
6. $\frac{8}{21} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{11}{15} = \frac{1}{7}$
7. $\frac{7}{8} \cdot \frac{91}{96} = \frac{12}{13}$

c) Addition und Subtraktion von Termen

1. $-10a + 5b$
2. $2 \frac{9}{10}x - 2 \frac{5}{12}y$
3. $-4 \frac{7}{10}x + \frac{9}{10}y + 5 \frac{7}{24}z$
4. $r - 4s + 2t$
5. $16a - 18x - 56y + 16z + 1$

6. $-4ay - 26$

7. $9xy - 13xz - yz$

8. $4c - 7cd - 9d$

d) Multiplikation von Summen und Differenzen

1.) $8mx - 4nx + 4my - 2ny$

2.) $-ax - 8ay + 9bx - 2by$

3.) $-2ax + 11ay - 5az - 5bx - 5by - 5bz$

4.) $14ax + 24ay - 36bx - 2by$

5.) $80acn + 64abn - 80bnx - 100cnx$

6.) $12axy - 15acxy + 15bcxy - 12bxy$

7.) $24a + 44ab - 112ad - 20b + 15bc - 36c + 6cd - 8d + 48$

8.) $30acx - 60adx - 12acy + 24ady - 20bcx + 8bcy + 40bdx - 16bdy$

e) Multiplikation mit Hilfe der binomischen Formeln

1. $4a^2 - 4ab + b^2$

2. $9r^2 + 6rs + s^2$

3. $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

4. $r^4 + 2r^2s^2 + s^4$

5. $x^2 - 4$

6. $81 - 9a^2$

7. $9a^2 - 4b^2$

8. $4m^4 - 9n^4$

9. $25y^4 - 16z^4$

10. $169a^2 - 196b^2$

f) Faktorisieren durch Ausklammern

1. $7 \cdot 12 = 84$

2. $25 \cdot 24 = 600$

3. $63 \cdot 25 \cdot 2,4 = 180$

4. $a(x - 4z + 5y)$

5. $(a + b) \cdot (n + m)$

6. $(b - c) \cdot (z + 1)$

7. $(a - b) \cdot (3x - 1)$

8. $(x + y) \cdot (a - 6b)$

9. $(a - c) \cdot (5y + 7b) \cdot x$

10. $(3x + z) \cdot (-4)$

g) Wurzelterme

1. $\frac{\sqrt{12+2}}{2} = \frac{2\sqrt{3+2}}{2} = \sqrt{3+1}$

2. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{8}}}{\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

II Vereinfachung von Bruchtermen

a)

1. $\frac{6a}{9a}; \frac{12a^2}{15ab}; \frac{9a^2b}{21axy}; \frac{-15ax^2}{18ay^2}; \frac{3a^2 + 3ab}{3a^2 - 3ab}; \frac{6ax - 9ay}{6ax + 9ay}$

2. $-\frac{-3}{-8}; \frac{-5a^2}{6}; \frac{-x - 2y}{-x + 2y}$

3. $\frac{-2a^2b - 2ab^2}{3axy + 3bxy}; \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}; \frac{3ax + 4ay + 3bx + 4by}{4ax + 3ay + 4bx + 3by}$

4. $\frac{45}{60}; \frac{35}{60}; \frac{56}{60}$

5. $\frac{4}{4}; \frac{-7}{-7}; \frac{a+b}{a+b}$

6. $\frac{4xy}{6y^2}; \frac{2a}{2b+2}; \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}; \frac{6(x^2 - y^2)}{3(x - y^2)}$

7. a) $\frac{-a}{3b}$; b) $-\frac{4y}{5x}$; c) $\frac{3x}{7}$; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{2(x - y)}{5}$; f) $\frac{3}{7(x + y)}$

8. a) $\frac{a - b}{a + b}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{x + y}{1 + y}$

9.

a) $\frac{7ay - 3bx}{3xy}$; mit $(x \neq 0; y \neq 0)$ b) $\frac{(x - y)^2}{xy}$; mit $(x \neq 0; y \neq 0)$

c) $\frac{2x^2}{x^2 - y^2}$; mit $(x \neq -y; x \neq y)$ d) $-\frac{4xy}{x^2 - y^2}$; mit $(x \neq -y; x \neq y)$

e) $\frac{ax + by}{x(x + y)}$; mit $(x \neq 0; x \neq -y)$ f) $\frac{ay - bx}{y(x + y)}$; mit $(x \neq -y; y \neq 0)$

g) $\frac{2x^2}{x-y}$; mit $(x \neq y)$ h) $\frac{x(x+y)}{y(x-y)}$; mit $(x \neq y; y \neq 0)$
 i) $\frac{12}{x+3}$ mit $(x \neq 3; x \neq -3)$ j) $\frac{b}{y-2}$; mit $(y \neq 2)$

III Gleichungen

a) Gleichungen lösen mit einer Variablen

1.) $-\frac{1}{2}$ 2.) $18x = 18x$; $IL = IR$ 3.) $\frac{1}{3}$
 4.) -7 5.) $-\frac{1}{3}$ 6.) -6

b) Gleichungen mit Brüchen

1.) 7 2.) 5 3.) -1
 4.) $-\frac{1}{2}$ 5.) $D = IR \setminus \{-7; -2; -1\}$; $IL = \{1\}$
 6.) $D = IR \setminus \{4; 5; 7; 8\}$; $IL = \{6\}$ 7.) $D = IR \setminus \{0; 2\}$; $HN x(x-2)$; $x-2=x-2$; $IL = D$

c) Formeln umstellen

1.) $R_1 = \frac{U_1 R_2}{U - U_1 - I \cdot R_2}$ 2.) $z_2 = \frac{2a}{m} - z_1$ 3.) $r = \frac{R(s-2h)}{s}$
 4.) $t_1 = \frac{t_m(m_1 + m_2) - m_2 t_2}{m_1}$ 5.) $V_c = \frac{V_h}{e-1}$ 6.) $A = \frac{b \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$

IV Potenzen

a) Multiplikation und Division von Potenzen

1.) a) a^n b) z
 2.) a) a^{2n+3} b) z
 3.) a) $a^5 + a^6$ b) $8x^6 + 12x^7$
 4.) a) $a^{2n+1} + a^{2n}$ b) $x^{n+1} - x^n$
 5.) a) $a^6 + 2a^7 + a^8$ b) $x^{12} + 2x^6 y^5 + y^{10}$
 6.) a) $9a^6 + 12a^3 b + 4b^2$ b) $25x^{10} + 40x^5 y^4 + 16y^8$
 7.) a) $a^8 - b^6$ b) $16x^8 - 9x^6$
 8.) a) $a^5 \cdot a^3$ b) $z^{3n} z^4$

9.) a) $\left(\frac{x}{y}\right)^5$

b) $\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$

10.) a) $2^4 = 16$

b) 4^n

11.) a) $\left(\frac{3}{a}\right)^3$

b) $\left(\frac{3x}{10y}\right)^4$

12.) a) $(a - b)^3$; $a \neq -b$

b) $(3a + 4b)^{2n}$; $a \neq \frac{4}{3}b$

b) Potenzieren von Potenzen

1.) a) a^{3n+3}

b) z^{3n-6}

2.) a) $\frac{27a^6b^3}{64x^3y^6}$

b) $\frac{16a^{12}b^{16}}{64a^6b^9} = \frac{a^6b^7}{4}$

3.) a) 64^n

b) $9^m \cdot 3^3 = 27 \cdot 9^m$

c) $25^n \cdot 5$

c) Potenzieren mit negativen Exponenten

1.) $1/36$

2.) 64

3.) $\frac{1}{2}$